IV 記述式問題のモデル問題例と評価することをねらいとする能力 について(数学)

問題全体の出題のねらい

動点のつくる四角形の面積の変化を捉える場面において、自ら変数を設定し二次関数に対応づける構想力や、二次関数の式やグラフを活用して問題を処理する力を問うた。

なお、現行のセンター試験では、問題解決の構想から結論に至るプロセスが文脈の中にすべて提示されているが、本問題では、何を変数として設定するか、またそれを用いてどのように関数として表現・処理していくかなど、受験者の主体的な思考力を必要とする。

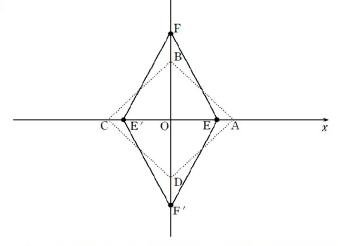
モデル問題例3

[1] 下の図のように 座標平面上に 4 点 A(2,0), B(0,2), C(-2,0), D(0,-2) を頂点とする正方形 ABCD がある。

点 E は点 A から出発してx 軸上を移動し、点 F は点 B から出発して y 軸上を移動する。 ただし、2 点 E、F は、つねに BF=2 AE の関係を満たしながら移動するものとする。

また、E、F の原点 O に関する対称な点をそれぞれ E'、F'とし、4 点 E 、F 、E' 、F' を 頂点とする四角形の面積を S とする。

以下の各問いに答えよ。



(1) 点 E は点 A から出発して x 軸の負の向きに原点 O まで移動し、点 F は点 B を出発し y 軸の正の向きに移動する場合を考える。

ただし、点 E が原点 O と一致する場合は考えないものとする。

(ii) Sのとり得る値の範囲を不等式を用いて表せ。

解答は、解答欄 (あ) に記述せよ。

<正答例>

モデル問題例3

以下の問いでは、正方形 ABCD の面積を T とする。

(2) 点 E は点 A から出発して x 軸の負の向きに点 C まで移動し、点 F は点 B から出発して y 軸の正の向きに移動する場合を考える。

ただし、点 E が原点 O と一致する場合は考えないものとする。

S=T となるのは、点 E が点 A と一致するとき、および

$$AE = \boxed{ }$$
 T T T T T T T T

のときである。

(3) 次に、2点 E、Fの移動する向きをそれぞれ逆にする。

点 \mathbf{E} は点 \mathbf{A} から出発して \mathbf{x} 軸の正の向きに移動し続け、点 \mathbf{F} は点 \mathbf{B} から出発して \mathbf{y} 軸の負の向きに移動し続ける場合を考える。

ただし、点 F が原点 O と一致する場合は考えないものとする。

このとき、次の \bigcirc ~ \bigcirc のうち、正しいものを**すべて**選べ。 \frown

- ① 点 E が点 A と一致する場合を除くと、S=T となるような点 E の x 座標は二つある。
- ① S が T の 2 倍になるような点 E の x 座標は一つだけある。
- ② Sの最大値はTの9倍に等しい。
- ③ 点 E が点 A と一致する場合以外にも、四角形 EFE'F' は正方形になることがある。

<正答例>

$$\begin{array}{cccc} \boxed{1} \boxed{(2)} & & \boxed{1} & & \boxed{1} \\ & & \boxed{\frac{1+\sqrt{1}}{2}} & & \boxed{1+\sqrt{2}} \\ & & \boxed{1} & & \boxed{1} \end{array}$$

(3) ①、③ (左記の番号を過不足なくマークしているもののみ正解)